

Лекция №5. Әртүрлі құрылымдық диаграммаларды қолдану арқылы сенімділікті есептеу әдістері

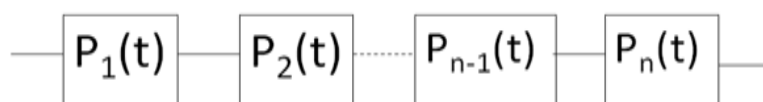
Лекция мазмұны: көпірлі тізбектерінің сенімділігін есептеудің үш негізгі әдісі қарастырылады.

Лекция мақсаты: сенімділікті есептеудің құрылымдық схемасының күрделілігі әртүрлі жөндеуге жатпайтын жүйелердің сенімділігін есептеу әдістерін оқу.

5.1. Қалпына келмейтін жүйелердің сенімділігін есептеу әдістері

Ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығын есептеу кезінде бірінші істен шыққанға дейінгі орташа уақыт, жүйе элементтері жөнделмейтін болып саналады. Бұл жағдайда элементтердің негізгі (тізбекті) қосылуымен (5.1-сурет) ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығы барлық элементтердің ықтималдықтарының көбейтіндісі ретінде есептеледі:

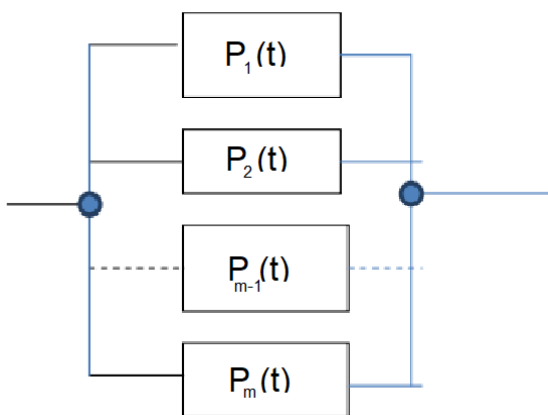
$$P_c(t) = P_1(t)P_2(t) \dots P_{n-1}(t)P_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t) \quad (5.1)$$



5.1-сурет – Сенімділікті есептеудің құрылымдық схемасы, элементтерді тізбектей қосу

Элементтердің резервтік (параллельді) қосылуымен (5.2-сурет) және жүйенің жұмыс істеуі үшін параллель қосылған элементтердің біреуінің жұмысы жеткілікті болған жағдайда, жүйенің істен шығуы барлық параллель қосылған элементтердің істен шығуы кезінде пайда болатын бірлескен оқиға болып табылады. Егер элементтер параллель қосылса және әрқайсысының істен шығу ықтималдығы болса, онда бұл жүйенің істен шығу ықтималдығы:

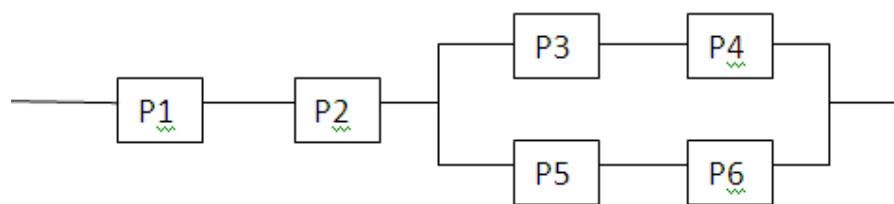
$$Q_c(t) = Q_1(t)Q_2(t) \dots Q_{m-1}(t)Q_m(t) = \prod_{j=1}^m p_j(t) \quad (5.2)$$



5.2-сурет – Сенімділікті есептеудің құрылымдық схемасы, элементтерді параллель қосу

Сенімділік блок-схемасы тізбекті-параллельді байланыстан тұрса, онда сенімділікті есептеуде (5.1) және (5.2) формулалар қолданылады. Мысалы, 5.3-

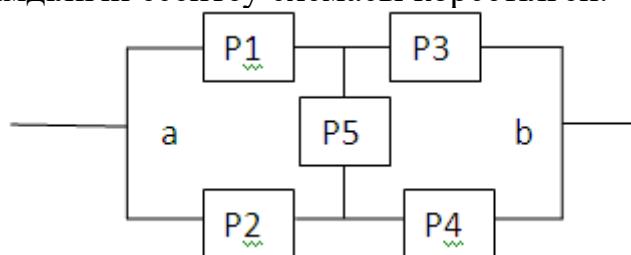
суретте схема, ал 5.3-суретте осы схема үшін сенімділік функциясының есебі көрсетілген.



5.3-сурет – Сенімділікті есептеудің құрылымдық схемасы, аралас элементтердің қосылуы

$$P_c(t) = P_1(t) * P_2(t) * P_{3456}(t) = P_1(t) * P_2(t) * \{1 - [1 - P_3(t) * P_4(t)][1 - P_5(t) * P_6(t)]\} \quad (5.3)$$

Дегенмен, сенімділікті есептеуге арналған барлық құрылымдық диаграммаларды қатар-параллель байланысқа келтіруге болмайды. 5.4-суретте бір көпір сенімділігін есептеу схемасы көрсетілген.



5.4-сурет – Элементтерді қосуға арналған көпір диаграммасы

Тізбектің барлық элементтері үшін ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 және q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 типті «үзіліс» ақауларының сәйкес ықтималдықтары белгілі. 5.4 диаграммасының а және б нүктелері арасында тізбектің болу ықтималдығын анықтау керек.

5.2 Күйлерді сұрыптау әдісі

Қолданылатын әдіске қарамастан кез келген жүйенің сенімділігін есептеу алдында жүйенің жұмыс істейтін және жұмыс істемейтін күйлеріне сәйкес келетін элементтер күйлерінің екі ажыратылған жиынын анықтау жүргізіледі. Осы күйлердің әрқайсысы жұмыс тәртібінде болатын элементтер жиынтығымен сипатталады және

жұмыс істемейтін күйлер. Тәуелсіз істен шыққан жағдайда әрбір күйдің ықтималдығы элементтердің сәйкес күйлерде болу ықтималдығының көбейтіндісі арқылы анықталатындықтан, күйлер саны m -ге тең болса, жүйенің жұмыс істеу ықтималдығы мына өрнекпен анықталады:

$$P = \sum_{j=1}^m \prod_{lj} p_l \prod_{kj} q_k \quad (5.1)$$

Істен шығу ықтималдығы:

$$Q = 1 - \sum_{i=1}^m \prod_{lj} p_l \prod_{kj} q_k \quad (5.2)$$

мұндағы m – жұмыс істейтін күйлердің жалпы саны, олардың әрбір j -де жұмыс істейтін элементтердің саны lj тең, ал істен шыққандар саны kj .

Жүйенің салыстырмалы қарапайым құрылымымен мемлекеттік санау әдісін пайдалану қиын есептеулермен байланысты. Мысалы, 5.4-суреттегі

сұлба үшін жүйенің жұмыс күйін сақтай отырып, алдымен бір-бірден, сосын екеуін, содан кейін үш элементті жұмыс істемейтін күйге көшіріп, күй кестесін құрастырамыз.

5.1 Кесте

Күй №	Элементтердің күйі					Күй ықтималдығы
	1	2	3	4	5	
1	+	+	+	+	+	P_1, P_2, P_3, P_4, P_5
2	-	+	+	+	+	q_1, P_2, P_3, P_4, P_5
3	+	-	+	+	+	P_1, q_2, P_3, P_4, P_5
4	+	+	-	+	+	P_1, P_2, q_3, P_4, P_5
5	+	+	+	-	+	P_1, P_2, P_3, q_4, P_5
6	-	+	-	+	-	q_1, P_2, q_3, P_4, q_5
7	-	+	+	-	+	q_1, P_2, P_3, P_4, P_5
8	-	+	+	+	-	q_1, P_2, P_3, P_4, q_5
9	+	-	-	+	+	P_1, q_2, q_3, P_4, P_5
10	+	-	+	-	+	P_1, q_2, P_3, q_4, P_5
11	+	-	+	+	-	P_1, q_2, P_3, P_4, q_5
12	+	+	-	+	-	P_1, P_2, q_3, P_4, q_5
13	+	+	+	-	-	P_1, P_2, P_3, q_4, q_5
14	-	+	-	+	-	q_1, P_2, q, P_4, q_5
15	+	-	+	-	-	P_1, q_2, P_3, q_4, q_5
16	+	-	+	-	-	P_1, q_2, P_3, q_4, q_5

Егер жүйенің барлық элементтері бірдей сенімді болса, онда жүйенің ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығы $p_i=0,9$:

$$P_c = \sum_{j=1}^{16} \prod_{l_j} p_l \prod_{k_j} q_k = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3 = 0,978.$$

5.3 Арнайы элементке қатысты кеңейту әдісі

Бұл әдіс жалпы ықтималдық формуласын қолдануға негізделген. Күрделі жүйеде ерекше элемент анықталады, оның барлық мүмкін күйлері N_i толық топты құрайды, $\sum_{i=1}^n P\{N_i\} = 1$. Егер жүйенің талданатын күйі A болса, онда оның істен шығу ықтималдығы- тегін жұмыс:

$$P\{A\} = \sum_{i=1}^n P\{N_i\}P\{A/N_i\} = \sum_{i=1}^n P_i\{A\}, \quad (5.3)$$

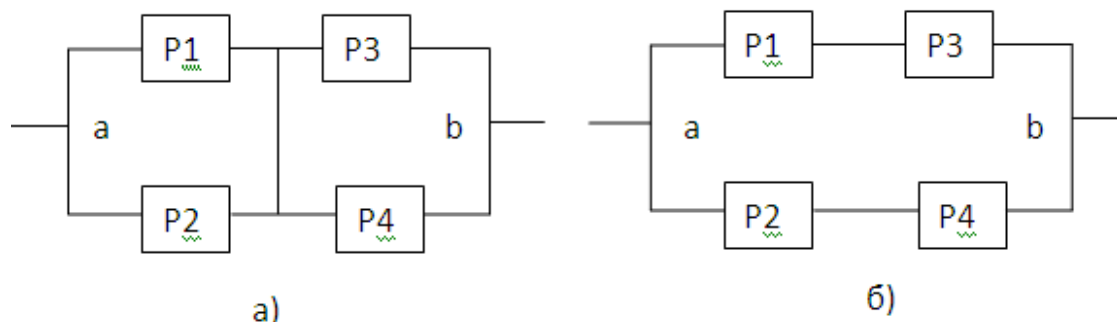
мұндағы, екінші фактор арнайы элемент N_i күйінде болған жағдайда A күйінің ықтималдығын анықтайды.

Арнайы элементтің N_i күйін қарастыру жүйенің сенімділігінің құрылымдық диаграммасын жеңілдетуге және оны элементтердің тізбекті-параллельді қосылуына дейін азайтуға мүмкіндік береді.

Сонымен, қарастырылып отырған көпір тізбегінде 5-элементті ерекше ретінде екі мүмкін күймен таңдау (тізбектің 1 болуы және 2 болмауы) $P\{N1\}=p^5$; $P\{N2\}=q^5$ 5.4-суретте көрсетілген блок-схемадан, егер 5-элемент сөзсіз жақсы жағдайда болса, 5.5,а-суретте келтірілген диаграммаға көшуге мүмкіндік береді. Егер 5 элементте ақау болса, блок-схема 5.5,б-суретте

көрсетілген пішінге ие болады.

Оңайлатылған құрылымдық диаграммаларды кейіннен талдау арқылы арнайы элементті оқшаулау есептеулерді айтарлықтай азайтады.



5.5-сурет, а) тізбектің болуы; б) тізбектің болмауы. - Құрылымдық схема. 5.3 тармағына сәйкес бізде:

$$P_1\{A\} = p_5(1 - q_1q_2)(1 - q_3q_4) = 0,882;$$

$$P_2\{A\} = q_5[1 - (1 - p_1p_3)(1 - p_2p_4)] = 0,0964;$$

$$P\{A\} = P_1\{A\} + P_2\{A\} = p_5(1 - q_1q_2)(1 - q_3q_4) + q_5(p_1p_3 + p_2p_4 - p_1p_2p_3p_4) = 0,978.$$

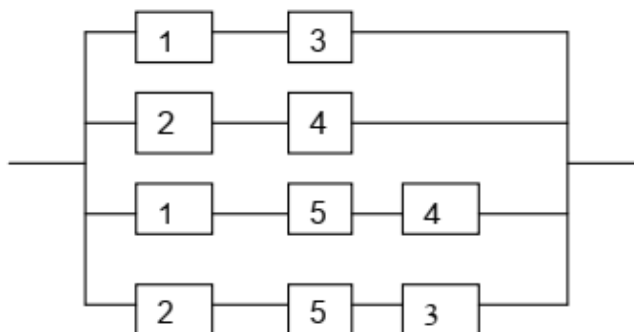
5.4 Минималды жолдар мен қималар әдісі

Кейбір жағдайларда күрделі жүйенің сенімділігін талдау үшін жоғарыдан және төменнен шекаралық сенімділікті бағалауды анықтау жеткілікті. Ақаусыз жұмыс істеу ықтималдығын бағалау кезінде жүйенің жұмыс істейтін күйін қамтамасыз ететін жұмыс істейтін элементтердің (жолдардың) ең аз жиынтықтары жоғарыдан анықталады.

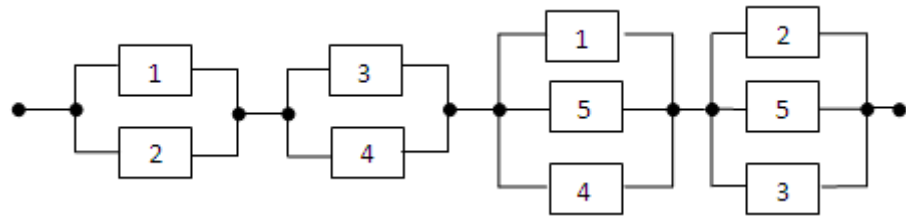
Жолды қалыптастыру кезінде біз барлық элементтер жұмыс істемейтін күйде деп есептейміз, элементтерді жұмыс күйіне кезекпен беру арқылы тізбектің болуын қамтамасыз ететін элементтерді қосу опцияларын таңдаймыз.

Егер жиыннан кез келген элементті алып тастау жолдың ақауына әкелетін болса, элементтер жиыны минималды жолды құрайды. Бұдан шығатыны, бір жолдың ішінде элементтер негізгі байланыста, ал жолдардың өзі параллель жалғанады.

Көпір тізбегі үшін (5.4-сурет) минималды жолдар жиынтығы 5.6-суретте көрсетілген.



5.6-сурет – Минималды жолдар жиыны



5.7-сурет – Минималды қималар жиынтығы

Бір элемент екі параллель жолға қосылғандықтан, есептеу нәтижесінде ақаусыз жұмыстың жоғарғы бағасы алынады:

$$P_B = 1 - Q_{12}Q_{24}Q_{154}Q_{253} = 1 - (1 - p_1p_3)(1 - p_2p_4)(1 - p_1p_5p_4)(1 - p_2p_5p_4) = 0.997 \quad (5.4)$$

Ең аз учаскелерді анықтау кезінде элементтердің ең аз саны таңдалады, олардың жұмыс күйінен жұмыс істемейтін күйге ауысуы бүкіл жүйенің істен шығуын тудырады.

Бөлім элементтерін дұрыс таңдағанда кез келген элементтерді жұмыс күйіне қайтару жүйенің жұмыс күйін қалпына келтіреді.

Әрбір бөлімнің істен шығуы жүйенің істен шығуына әкелетіндіктен, біріншілері тізбектей жалғанады. Әрбір секцияның ішінде элементтер параллельді қосылады, өйткені жүйе жұмыс істеуі үшін бөлімнің кез келген элементінің жұмыс жағдайында болуы жеткілікті.

Көпір тізбегінің минималды көлденең қималарының диаграммасы 5.7-суретте көрсетілген.

Бірдей элемент екі бөлімге енгізілгендіктен, алынған бағалау төменгі баға болып табылады:

$$P_H = p_{12}p_{34}p_{154}p_{253} \geq (1 - q_1q_2)(1 - q_3q_4)(1 - q_2q_5q_3) = 0.978 \quad (5.5)$$

Қарастырылып отырған мысалда қауіпсіздіктің төменгі бағасы алғашқы екі әдіс арқылы есептелген нақты ақаусыз жұмыспен сәйкес келеді.

Осылайша, минималды жолдар мен кесінділерді құрастыру кезінде кез келген жүйе элементтердің параллель-тізбекті немесе тізбекті-параллельді байланысы бар құрылымға айналады.